

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Représentation des entiers relatifs

Christophe Viroulaud

Première - NSI

DonRep 02

Un système *64 bits* peut représenter 2^{64} entiers.

```
1 >>> import sys
2 >>> sys.maxsize
3 9223372036854775807
```

Code 1 – Cette valeur correspond à $2^{63} - 1$.

Observation

Un des bits ne semble pas utilisé.

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Comment sont représentés les entiers négatifs en mémoire ?

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
3. Le complément à 2 puissance n

Addition de deux
nombres binaires

Une représentation
naïve des entiers
négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la
représentation

Le complément à 2
puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Une addition en base 2 applique les mêmes principes qu'en base 10 :

- ▶ $0 + 0 = 0$
- ▶ $1 + 0 = 1$
- ▶ $1 + 1 = 0$ et une retenue de 1
- ▶ $1 + 1 + 1 = 1$ et une retenue de 1

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Dans un mot mémoire de 1 octet :

$$25_{10} = 00011001_2$$

Activité 1 :

1. Convertir 25 et 12 en base 2.
2. Effectuer l'addition binaire de ces nombres.
3. Convertir le résultat en base 10. Le résultat est-il correct ?

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

Addition de deux
nombres binaires

Une représentation
naïve des entiers
négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la
représentation

Le complément à 2
puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

$$0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 37$$

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
 - 2.1 Bit de poids fort
 - 2.2 Inconvénients de la représentation
3. Le complément à 2 puissance n

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Le bit le plus à gauche de la représentation n'est pour l'instant pas utilisé. C'est le **bit de poids fort**.

À retenir

Pour représenter un nombre entier, il faut connaître la taille du mot mémoire.

Une première idée serait d'utiliser ce bit comme marqueur de signe :

- ▶ 0 pour un entier positif,
- ▶ 1 pour un entier négatif.

Ainsi l'entier -25 serait encodé dans un mot mémoire de 1 octet :

$$-25_{10} = 10011001_2$$

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
 - 2.1 Bit de poids fort
 - 2.2 Inconvénients de la représentation
3. Le complément à 2 puissance n

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Dans un système 8 bits le zéro est représenté par 00000000_2 . Cependant 10000000_2 se traduit par -0 . Il y a donc deux représentations pour zéro.

Erreur d'addition

$$\begin{array}{r}
 -25 + 12 \\
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Avec cette représentation :

$$2^5 + 2^2 + 2^0 = 37$$

$$10100101_2 = -37_{10}$$

$$-25 + 12 \neq -37$$

À retenir

Cette représentation est erronée.

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
3. Le complément à 2 puissance n
 - 3.1 Définition
 - 3.2 Calculer le complément à 2
 - 3.3 Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Définition

Le complément à 2 puissance n est une représentation qui ne change rien pour les entiers positifs. Ainsi sur 8 bits :

0	1	1	1	1	1	1	1	=	127
0	...							=	...
0	0	0	0	0	0	1	0	=	2
0	0	0	0	0	0	0	1	=	1
0	0	0	0	0	0	0	0	=	0

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n **Définition**

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Par contre la valeur $2^n - |x|$ représente l'entier négatif x .
Ainsi sur 8 bits, -1 s'écrit

$$2^8 - 1 = 256 - 1 = 255_{10} = 11111111_2$$

1	1	1	1	1	1	1	1	=	-1	$2^8 - -1 = 255$
1	1	1	1	1	1	1	0	=	-2	$2^8 - -2 = 254$
1	...							=	...	
1	0	0	0	0	0	0	1	=	-127	$2^8 - -127 = 129$
1	0	0	0	0	0	0	0	=	-128	$2^8 - -128 = 128$
0	1	1	1	1	1	1	1	=	127	
0	...							=	...	
0	0	0	0	0	0	1	0	=	2	
0	0	0	0	0	0	0	1	=	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	=	0	

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
3. Le complément à 2 puissance n
 - 3.1 Définition
 - 3.2 Calculer le complément à 2
 - 3.3 Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Calculer le complément à 2

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Pour coder (-20) :

- ▶ Prendre le nombre positif 20 : 00010100
- ▶ Inverser les bits : 11101011
- ▶ Ajouter 1 : 11101100
- ▶ -20 : 11101100

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

Garder tous les chiffres depuis la droite jusqu'au premier 1 (compris) puis d'inverser tous les suivants.

- ▶ Prendre le nombre positif 20 : 00010100
- ▶ Garder la partie à droite telle quelle : 00010100
- ▶ Inverser la partie de gauche après le premier un : 11101100
- ▶ -20 : 11101100

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Activité 2 : Calculer le complément à 2 (sur 1 octet) de -25 .

- ▶ $25_{10} = 00011001_2$
- ▶ $0001100\underline{1}$
- ▶ $-25_{10} = 11100111$

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

1. Addition de deux nombres binaires
2. Une représentation naïve des entiers négatifs
3. Le complément à 2 puissance n
 - 3.1 Définition
 - 3.2 Calculer le complément à 2
 - 3.3 Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort

Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition

Calculer le complément à 2

Intérêt de la méthode

Il n'y a qu'un seul zéro.

Addition de deux nombres binaires

Une représentation naïve des entiers négatifs

Bit de poids fort
Inconvénients de la représentation

Le complément à 2 puissance n

Définition
Calculer le complément à 2
Intérêt de la méthode

À retenir

Les nombres entiers négatifs sont représentés par le complément à 2.