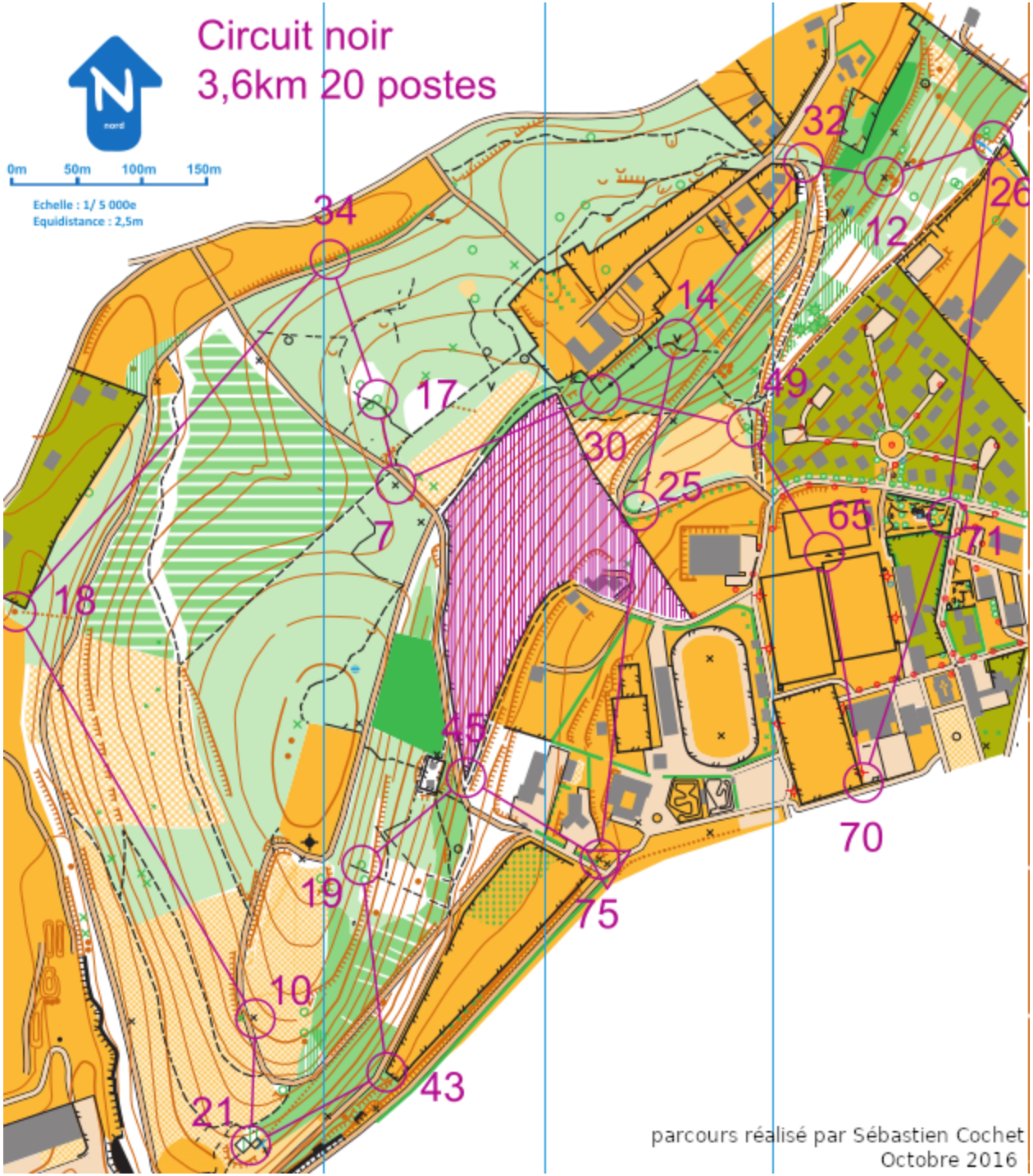
Course d'orientation
Connexité

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Algo 17



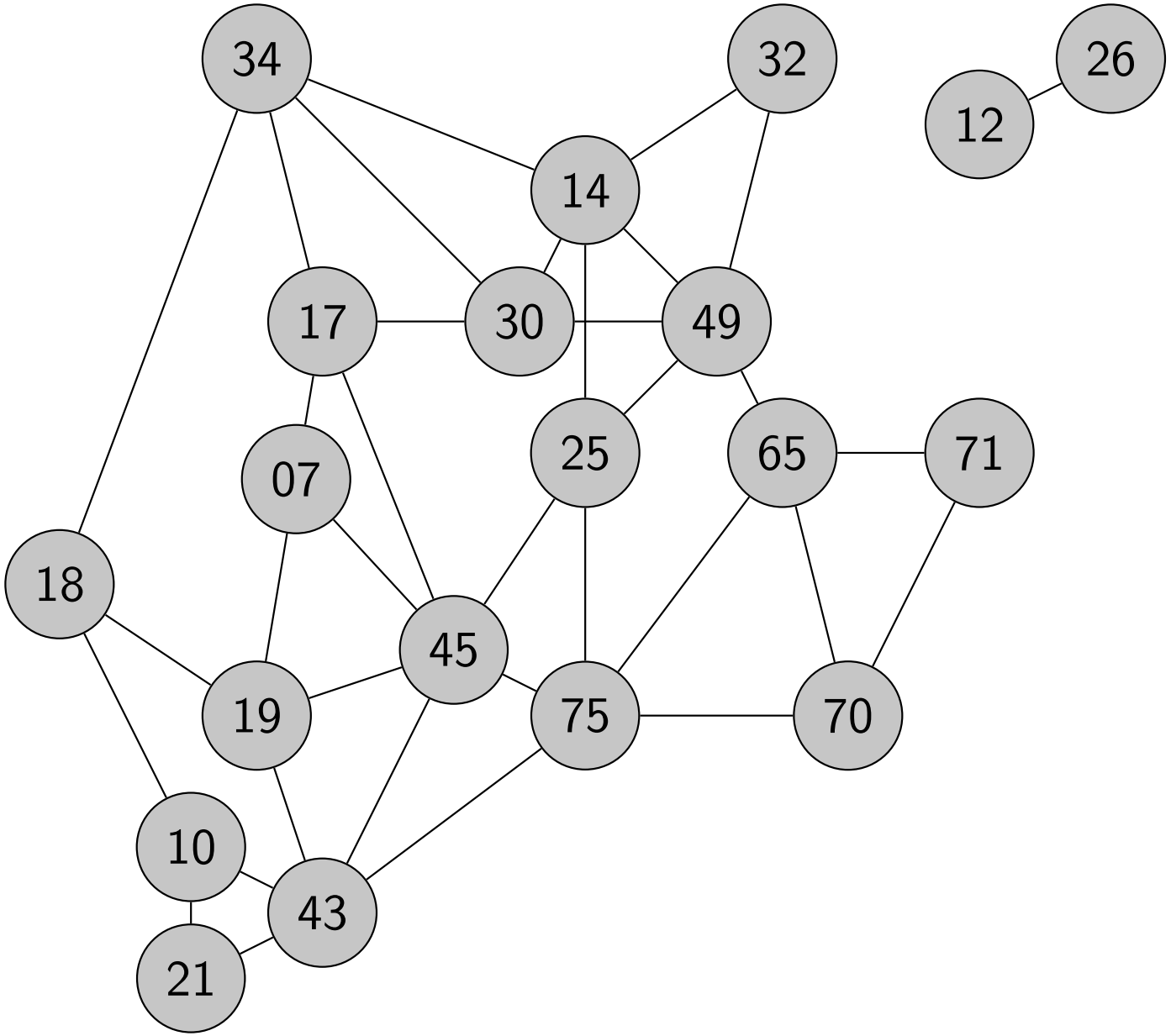
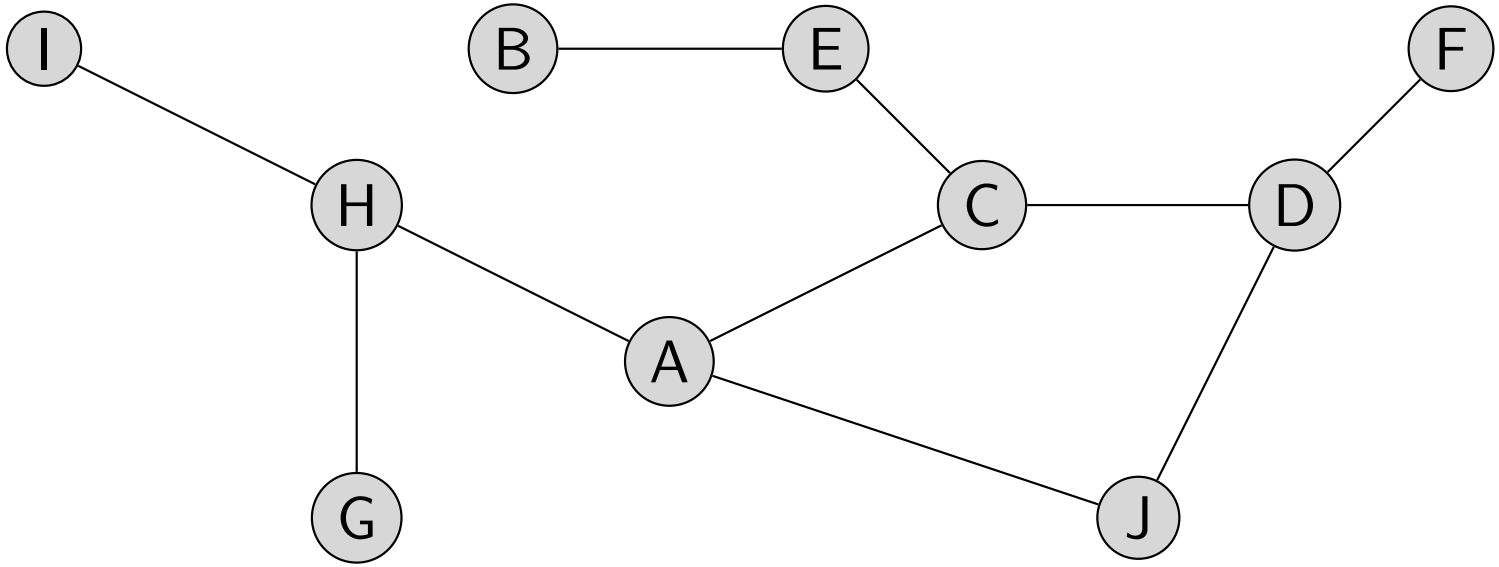


FIGURE 1 – Des chemins impraticables à cause de la météo.

Comment vérifier si tous les sommets sont atteignables ?

Sommaire

Parcours en profondeur (Depth First Search) - Principe



À retenir

Un parcours en profondeur *avance* dans le graphe jusqu'à une extrémité ou un nœud déjà visité. Il revient alors à un sommet précédent qui propose un autre chemin.

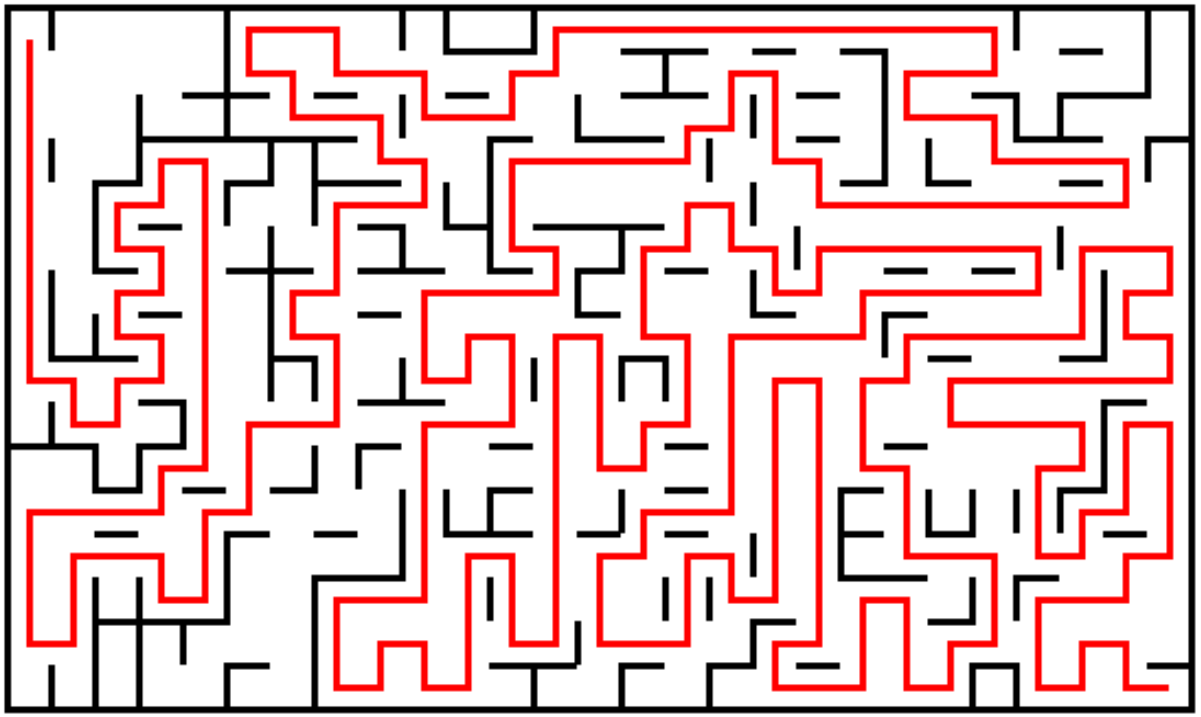
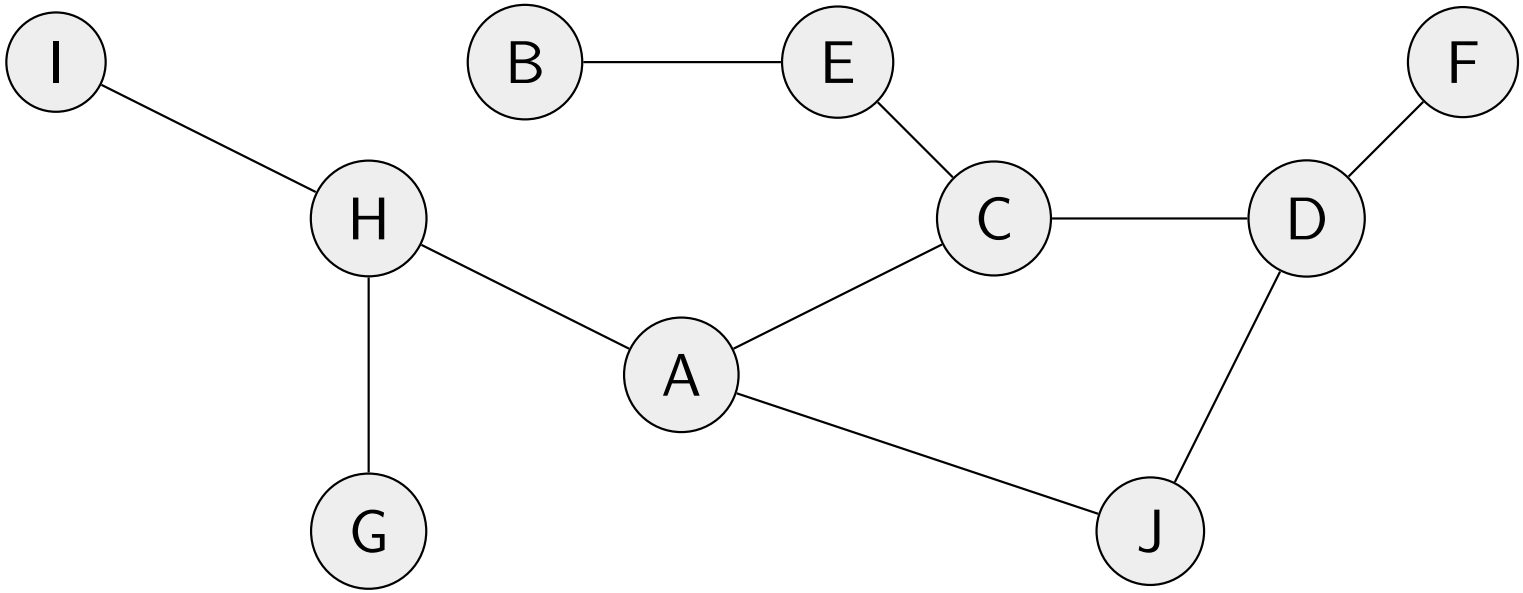
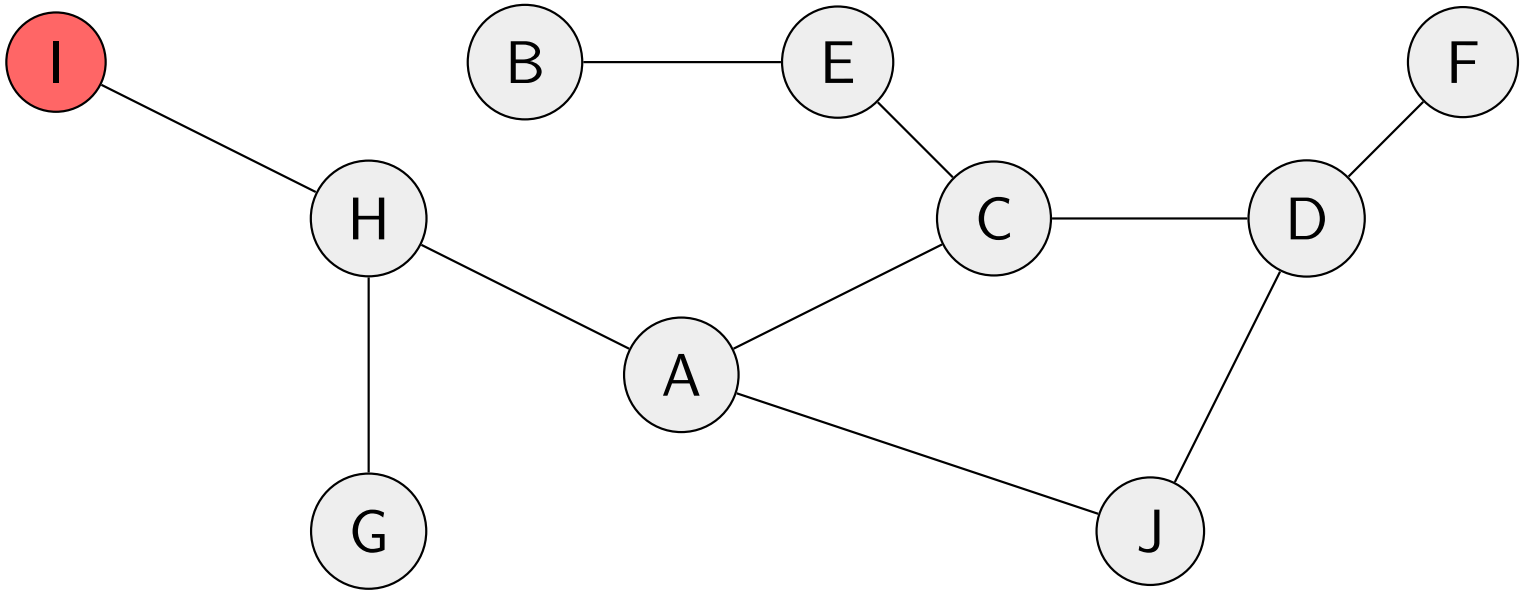
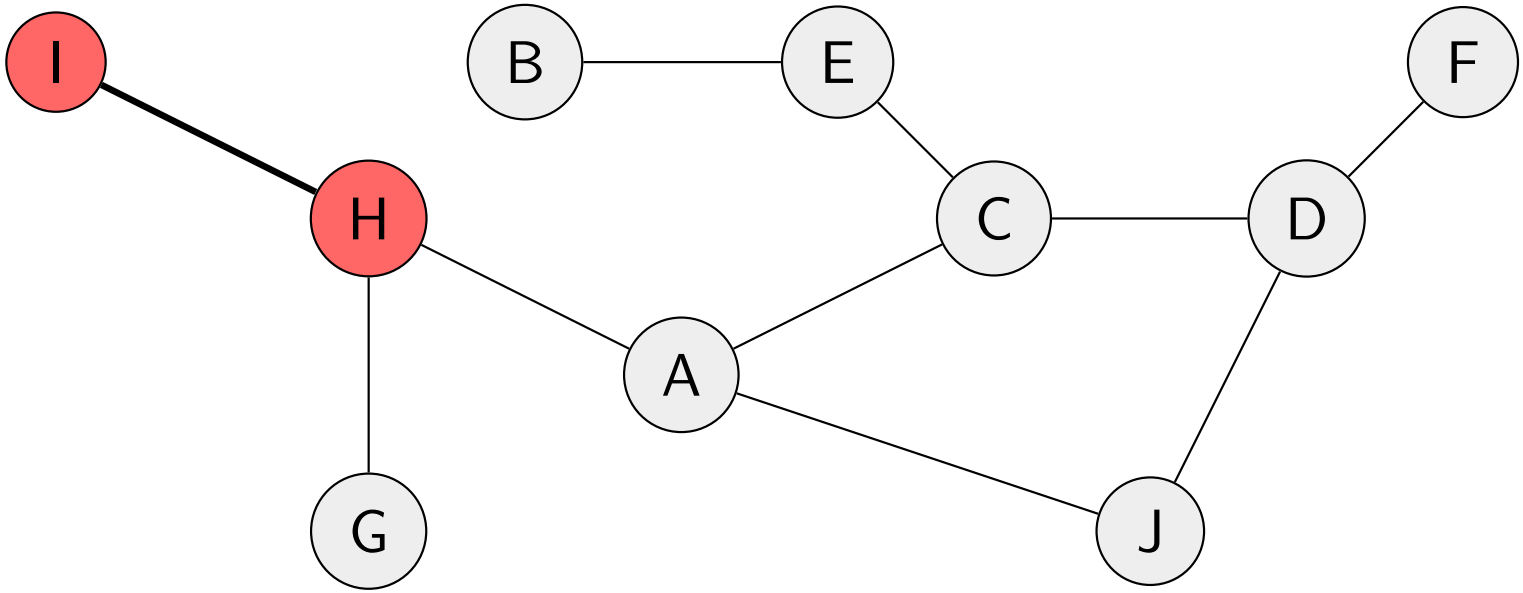
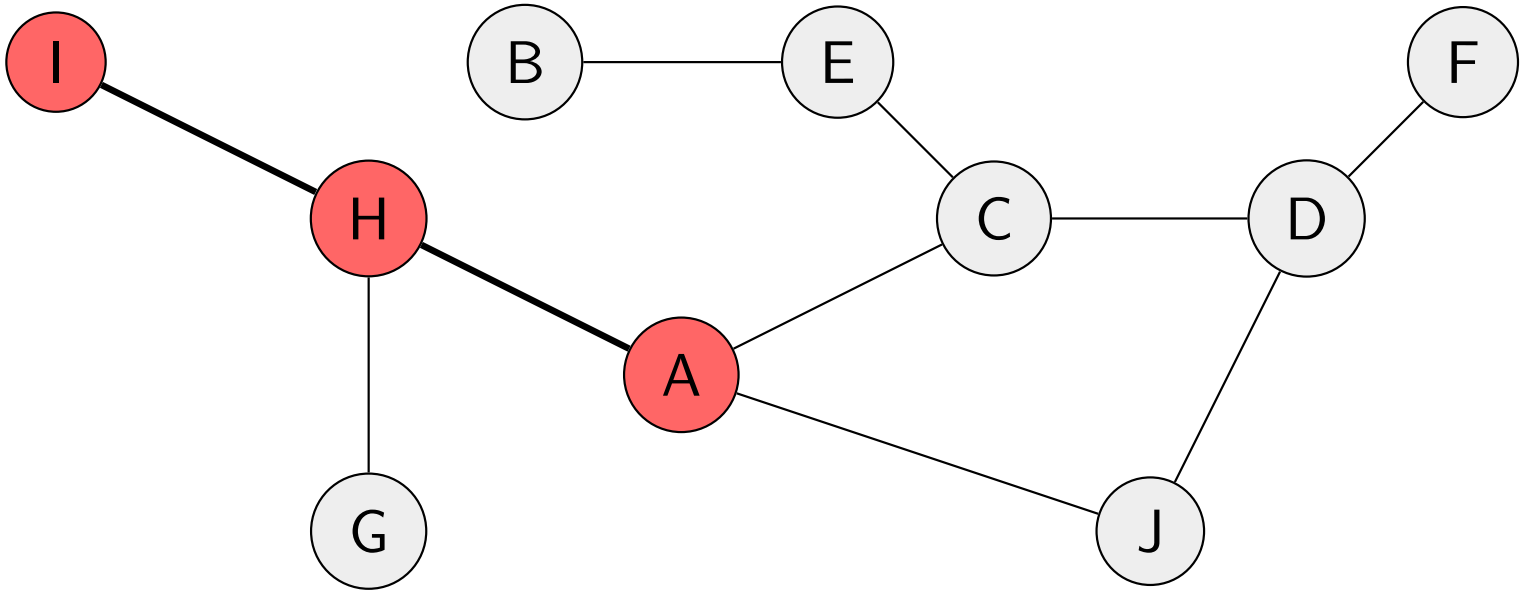


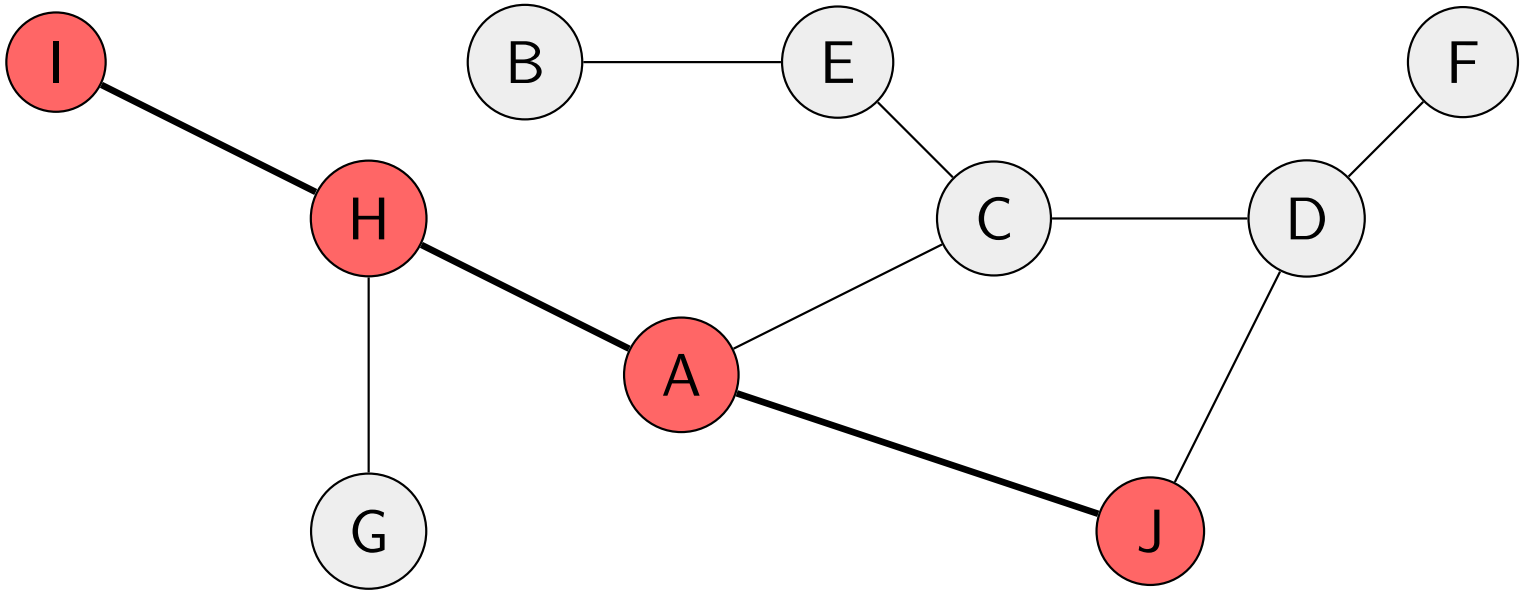
FIGURE 2 – Parcours en profondeur dans un labyrinthe

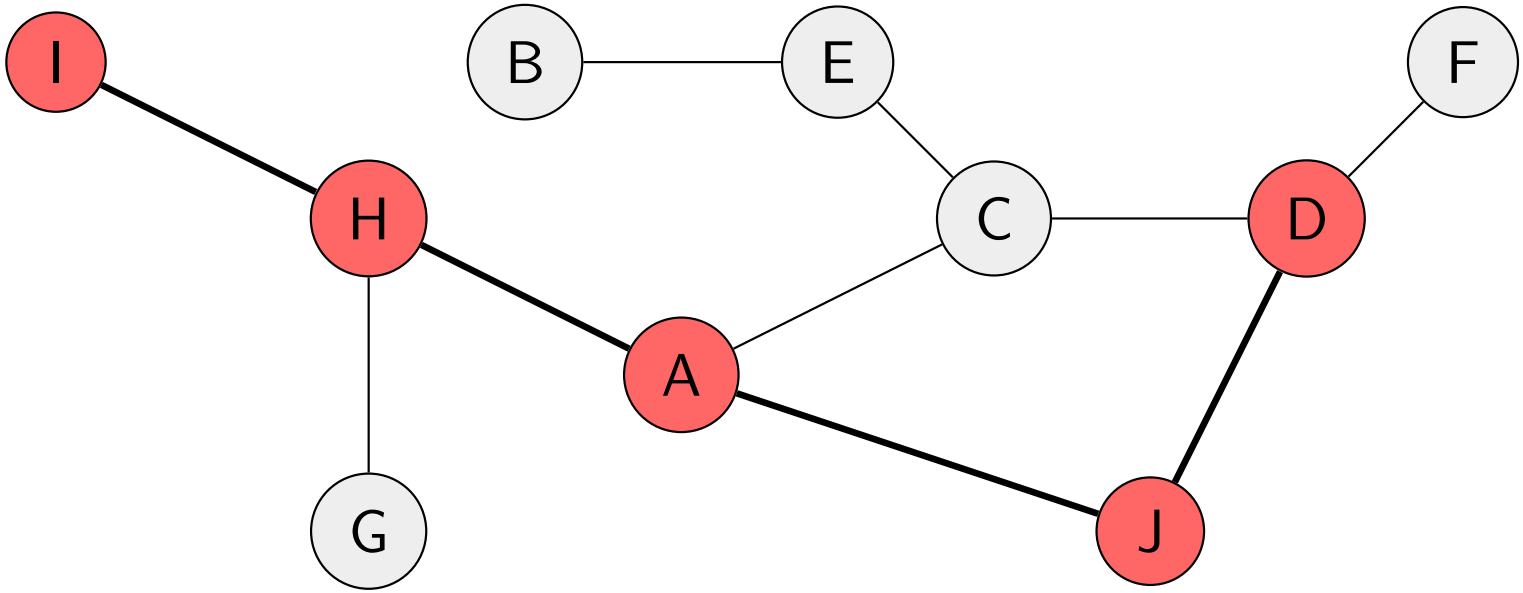












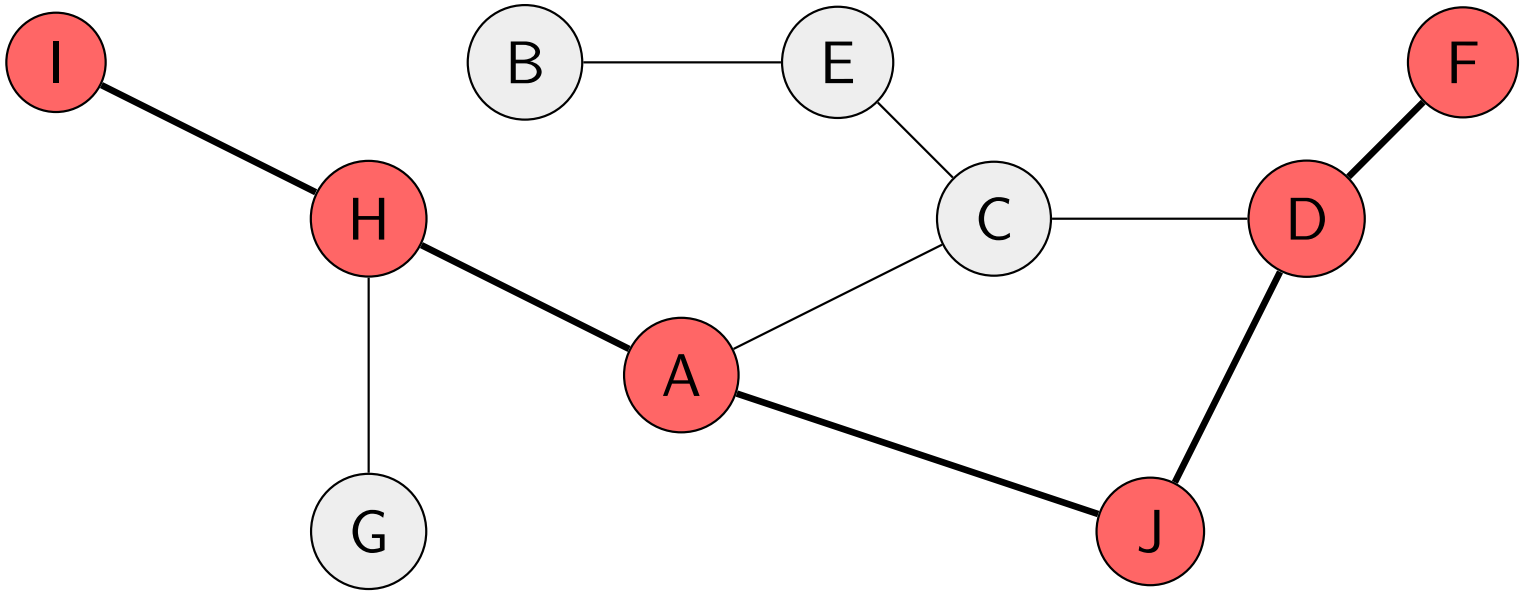
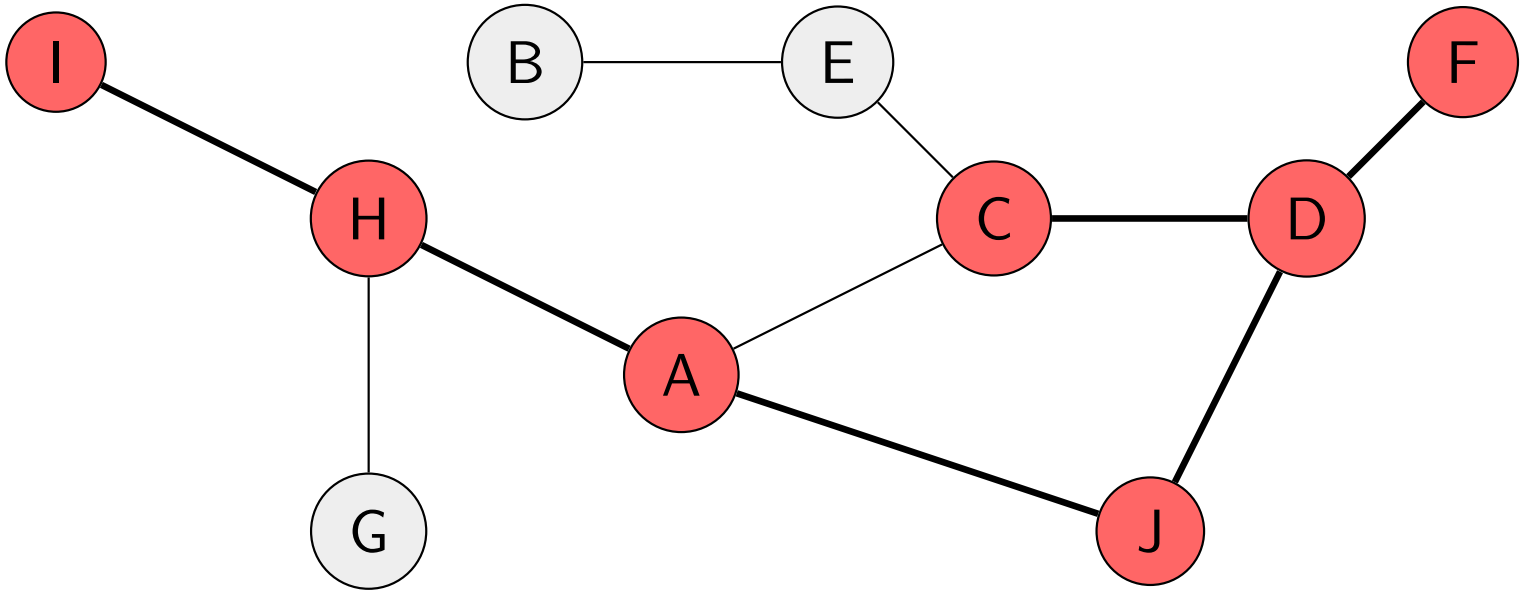


FIGURE 3 – Retour au nœud précédent



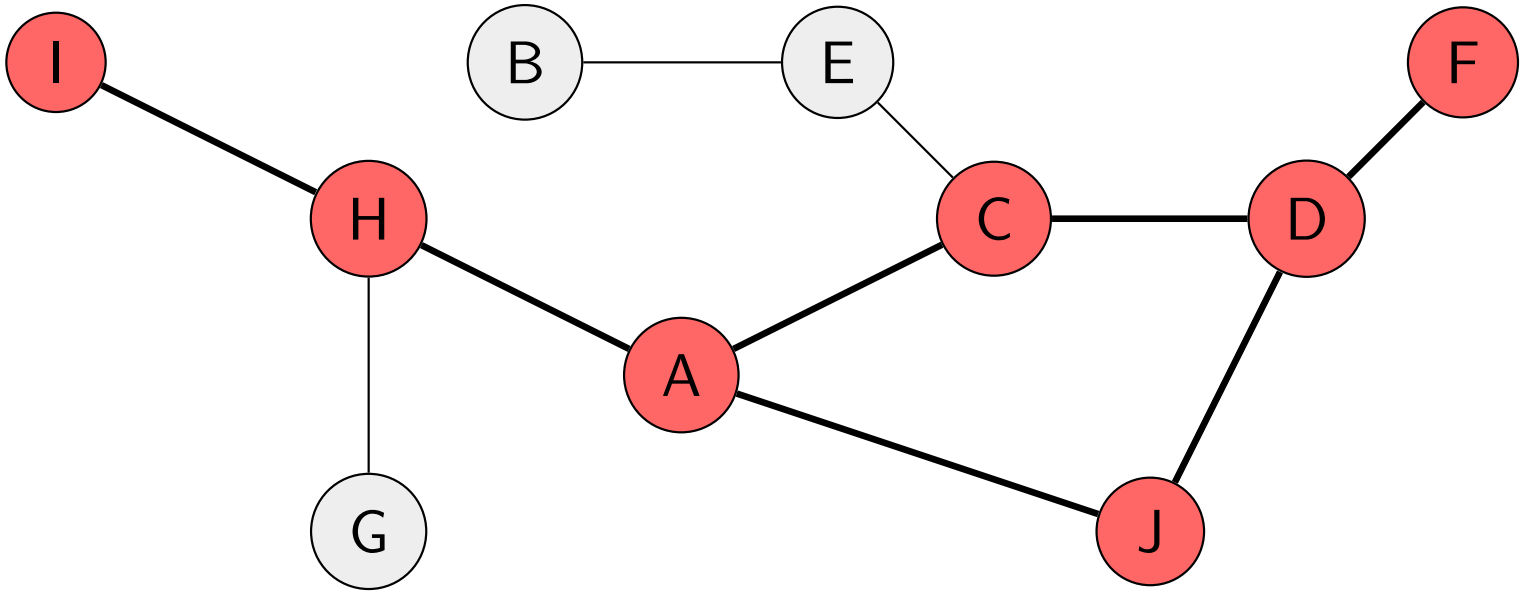
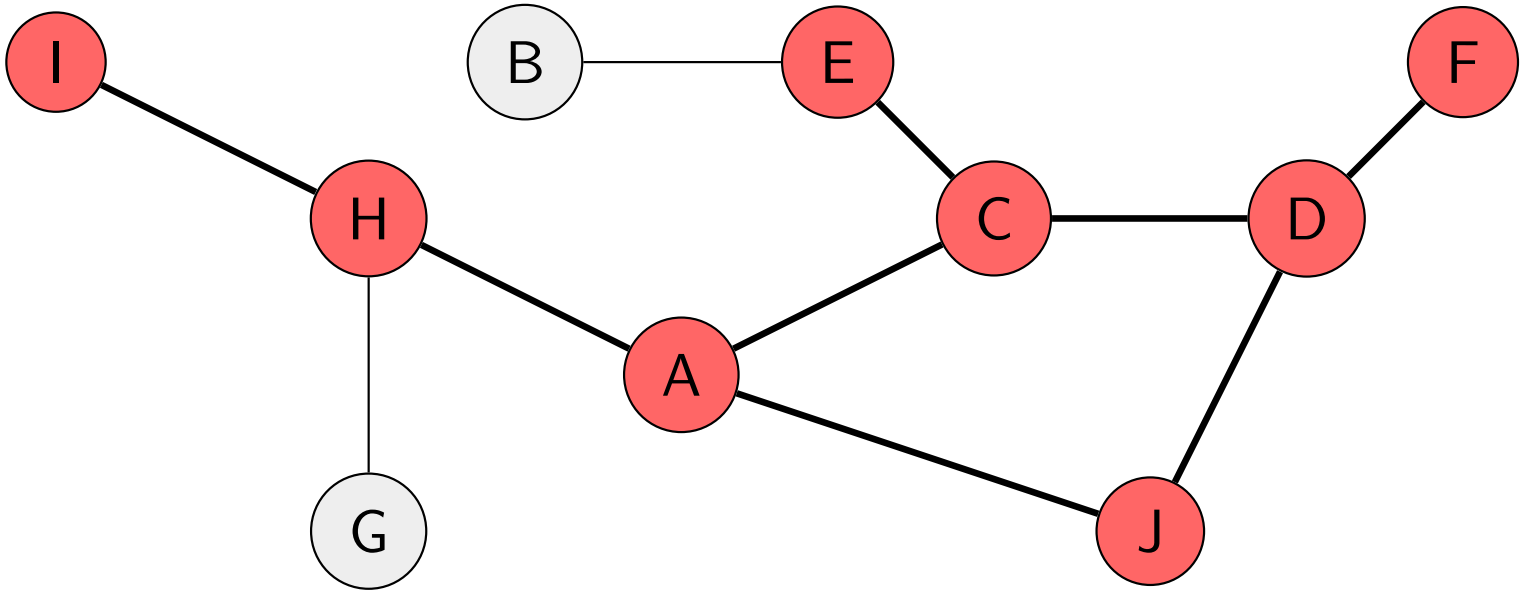
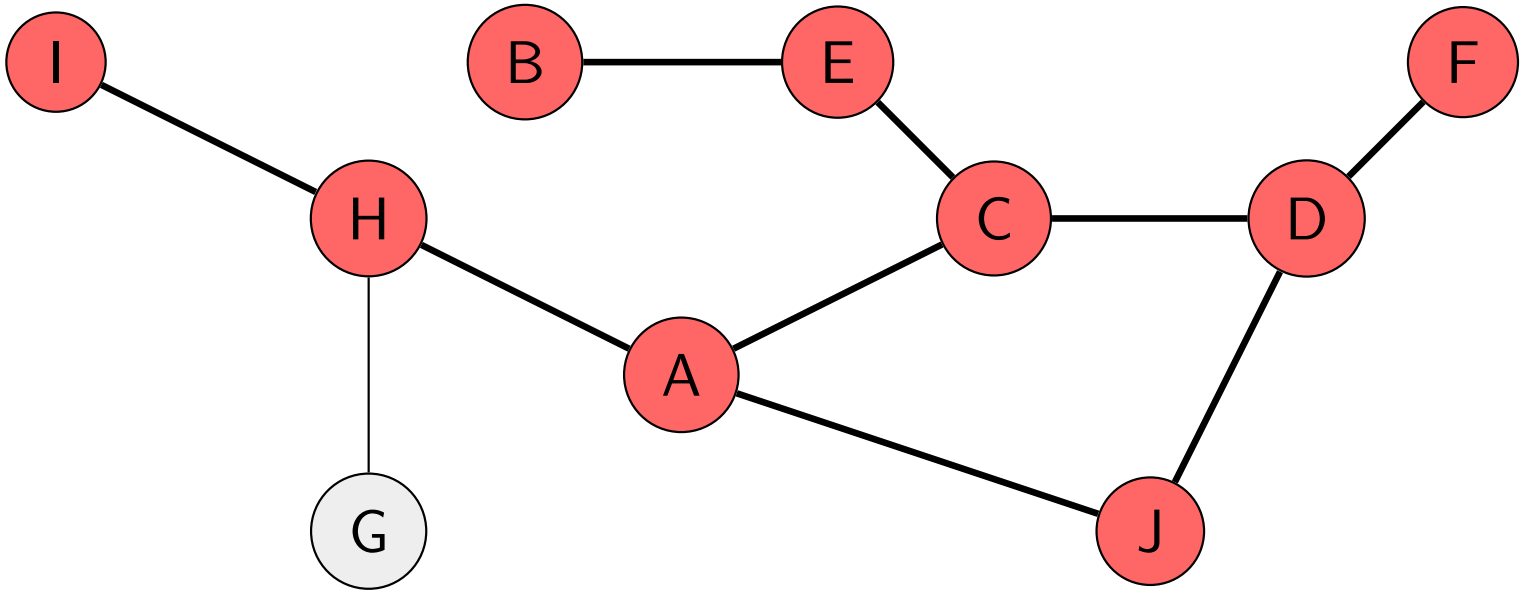


FIGURE 4 – `A` est déjà visité.




I
B
E
F
H
C
D
A
G
J

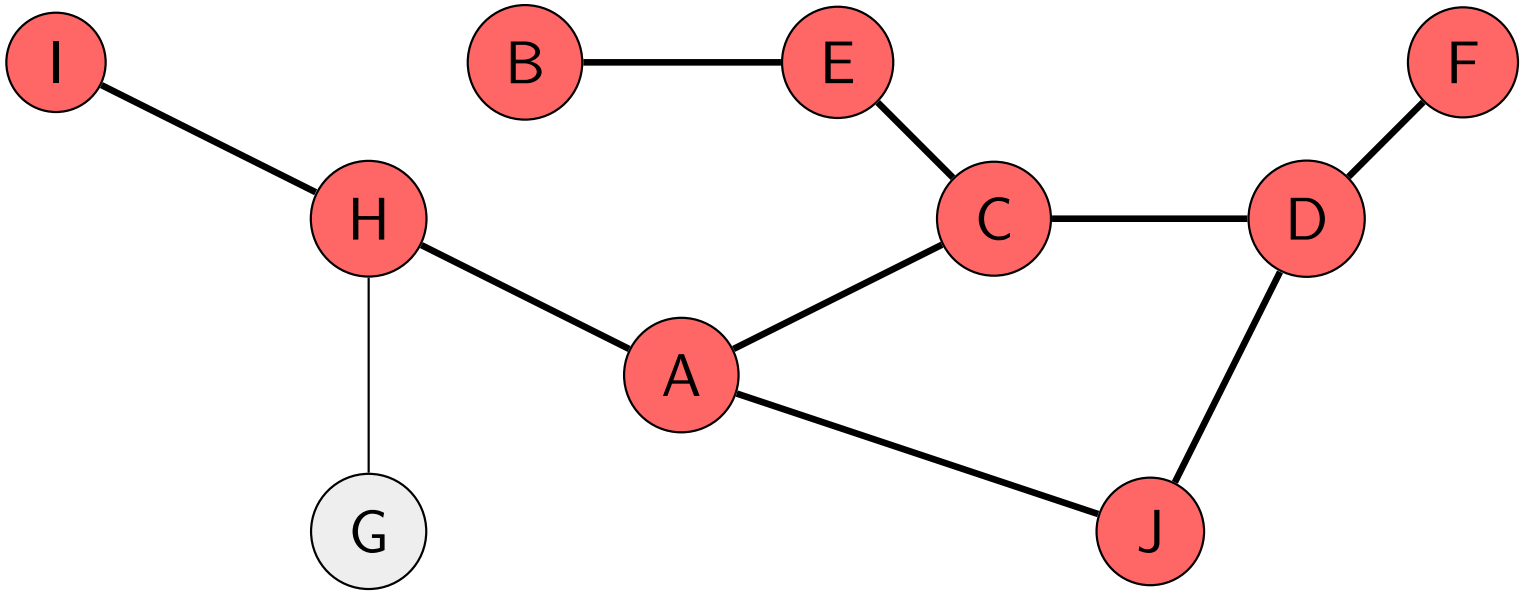


FIGURE 5 – Retour au nœud précédent

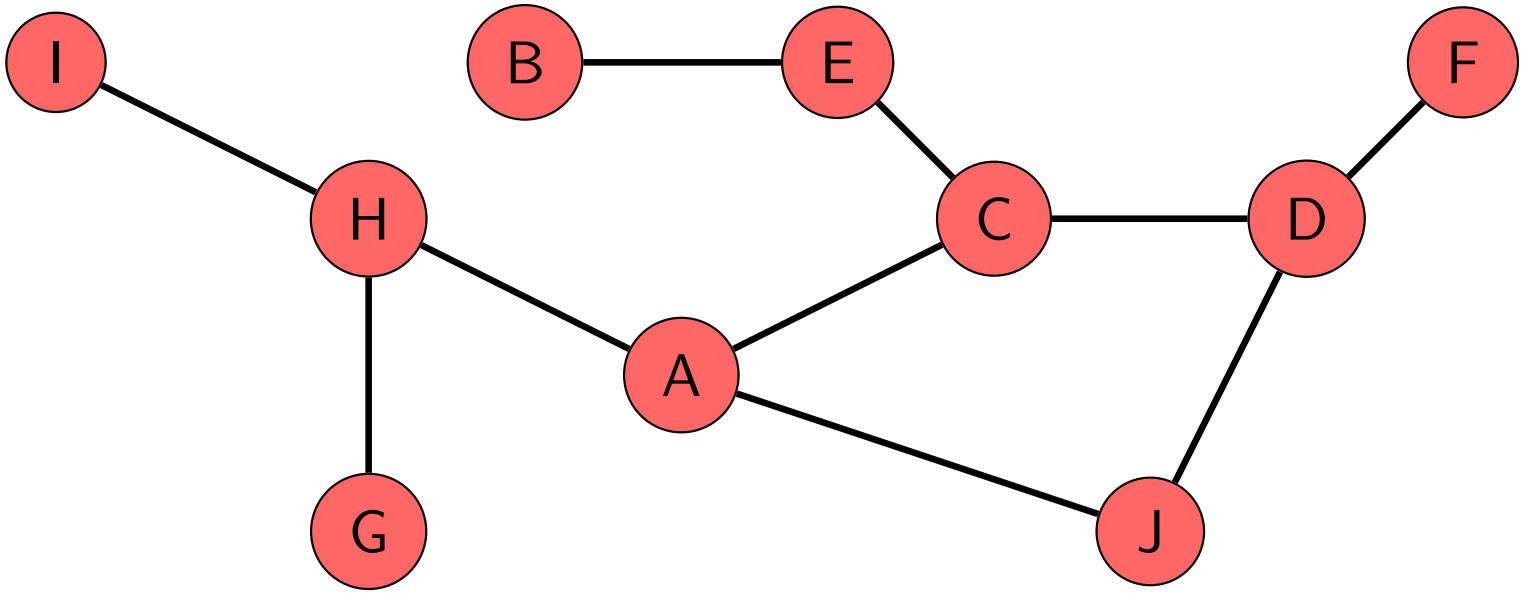


FIGURE 6 – Fin du parcours

Sommaire

Complexité

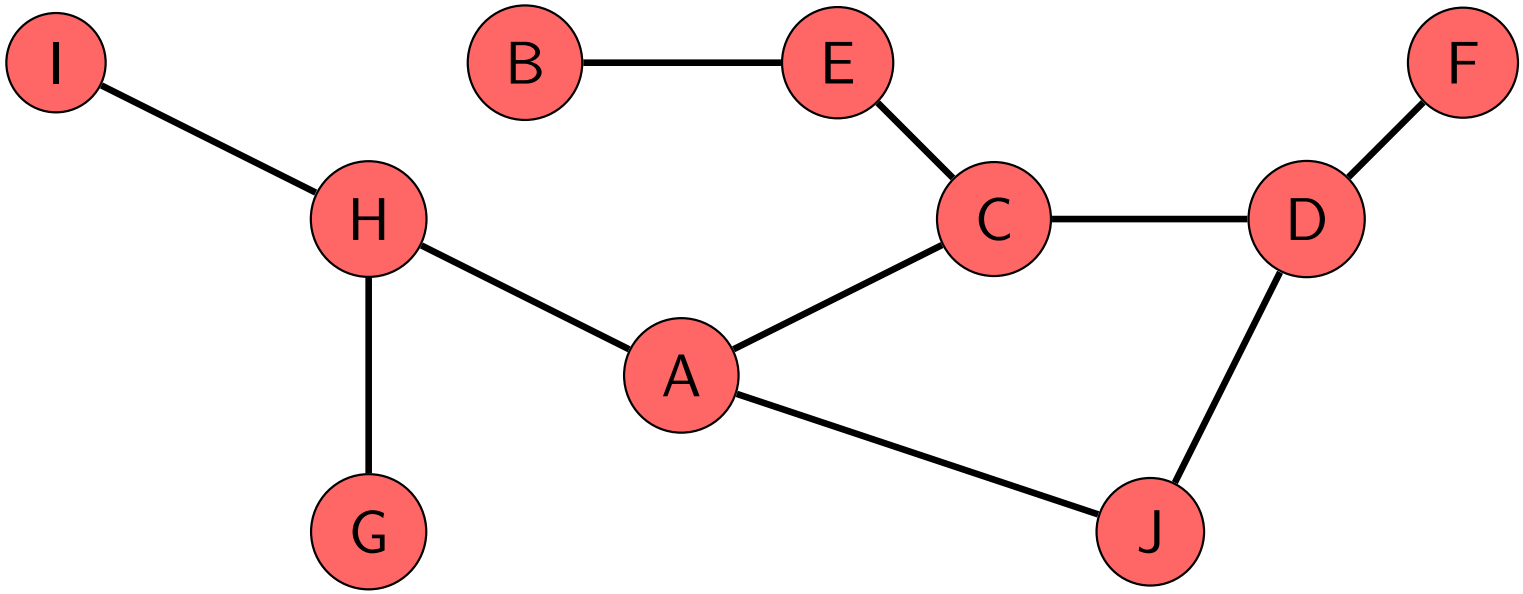


FIGURE 7 – Fin du parcours

À retenir

- On ne parcourt chaque arête qu'une seule fois.

Complexité

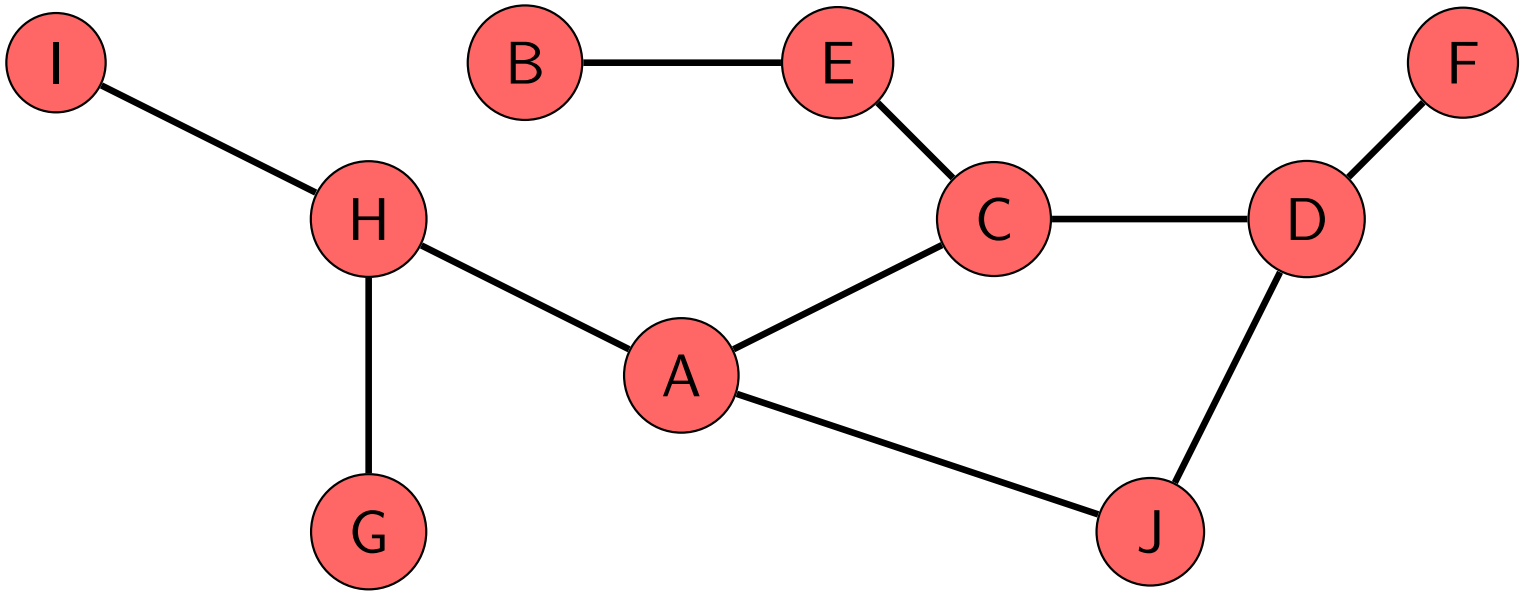


FIGURE 7 – Fin du parcours

À retenir

- On ne parcourt chaque arête qu'une seule fois.
- La complexité du parcours en profondeur dépend du nombre d'arêtes du graphe.

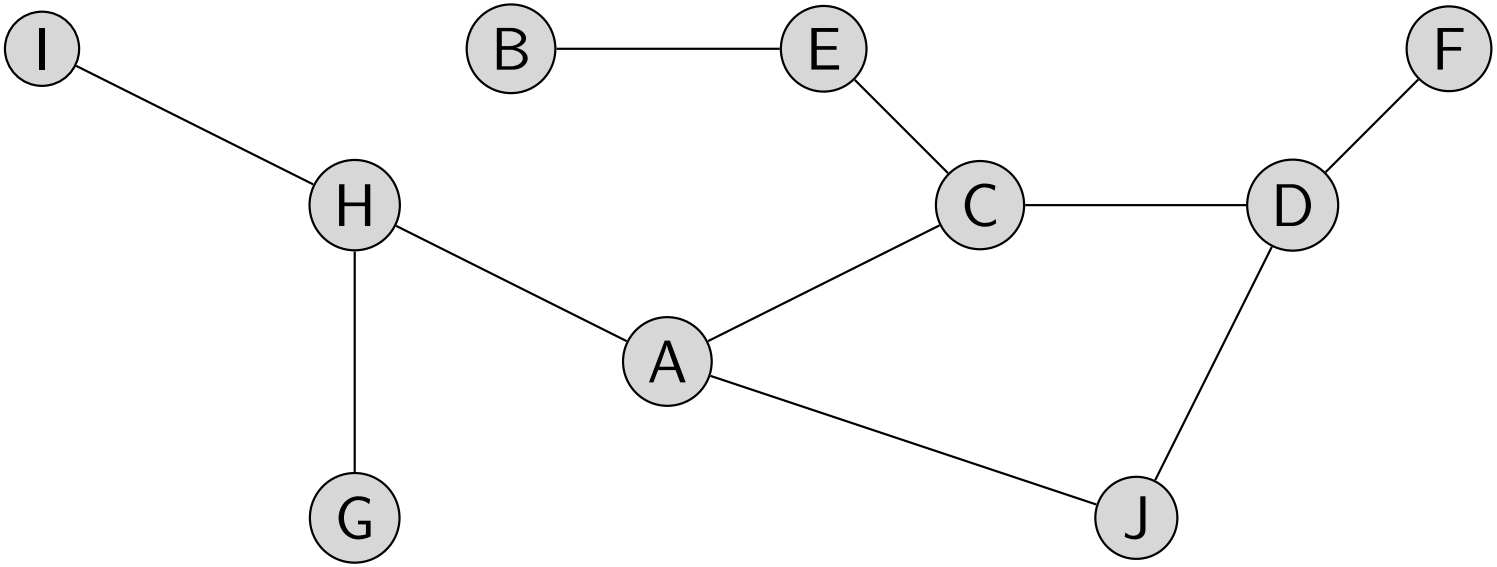
Sommaire

Implémentation

À retenir

Le parcours en profondeur est naturellement récursif. On choisit un nœud de départ pour commencer le parcours, puis :

- Si le nœud n'est pas déjà visité :
  - faire quelque chose avec le nœud (afficher...)
  - le marquer *visité*,
  - pour tous les nœuds voisins :
    - effectuer le parcours récursivement depuis le voisin sélectionné.

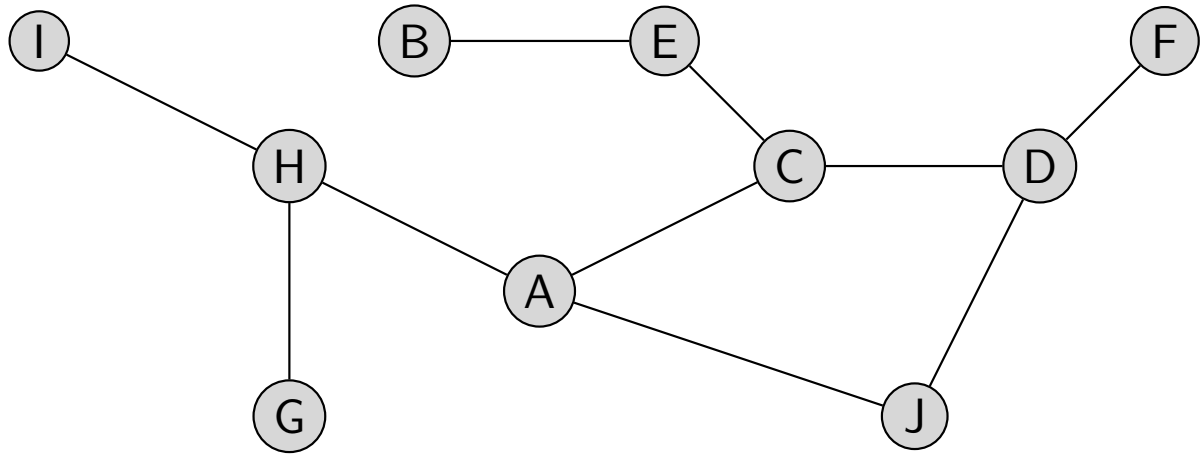


Activité 1 :

1. Construire le dictionnaire d'adjacence du graphe.
2. Écrire la fonction récursive `profondeur(graphe: dict, noeud: str, visites: list)` $\rightarrow$ `None` qui effectue un parcours en profondeur du `graphe`. À chaque appel, le nœud traversé sera affiché dans la console.

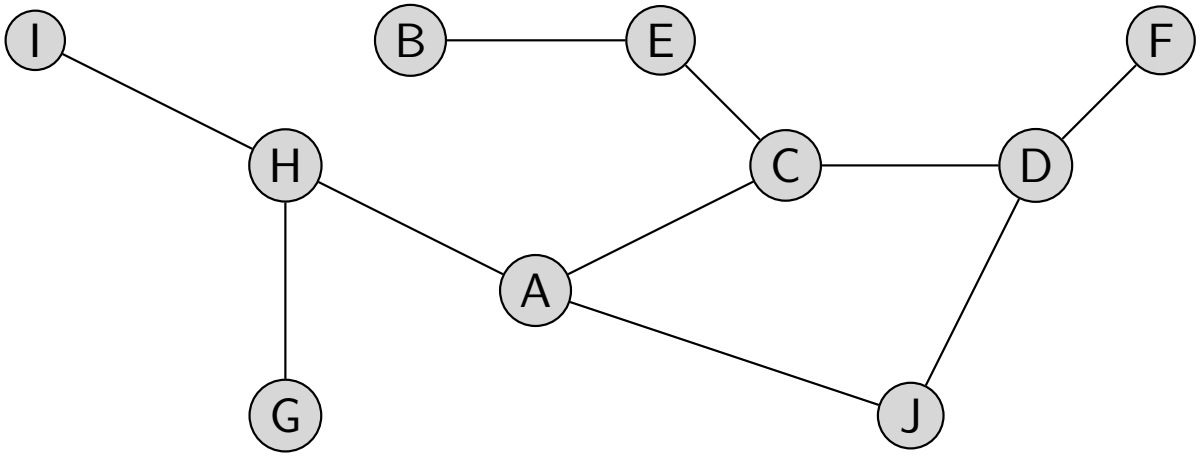
Correction

```
1  graphe = {  "A": ["C", "H", "J"],
2              "B": ["E"],
3              "C": ["A", "D", "E"],
4              "D": ["C", "F", "J"],
5              "E": ["B", "C"],
6              "F": ["D"],
7              "G": ["H"],
8              "H": ["A", "G", "I"],
9              "I": ["H"],
10             "J": ["A", "D"]}
```




```python
def profondeur(graphe: dict, noeud: str, visites: list) -> None:
    if noeud not in visites:
        # on fait quelque chose avec le noeud
        print(noeud)
        visites.append(noeud)
        for voisin in graphe[noeud]:
            profondeur(graphe, voisin, visites)
```

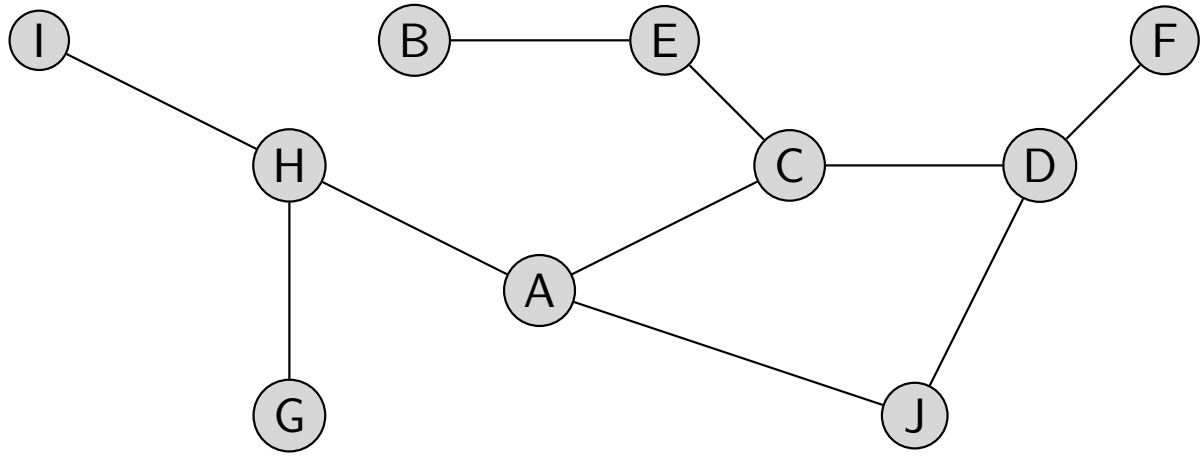
```
>>> profondeur(graphe, "I", [])
I H A C D F J E B G
```




```
1     if noeud not in visites:
```

Observations

- Cette vérification garantit que chaque nœud et chaque arête ne sont visités qu'une fois.




```
1     if noeud not in visites:
```

Observations

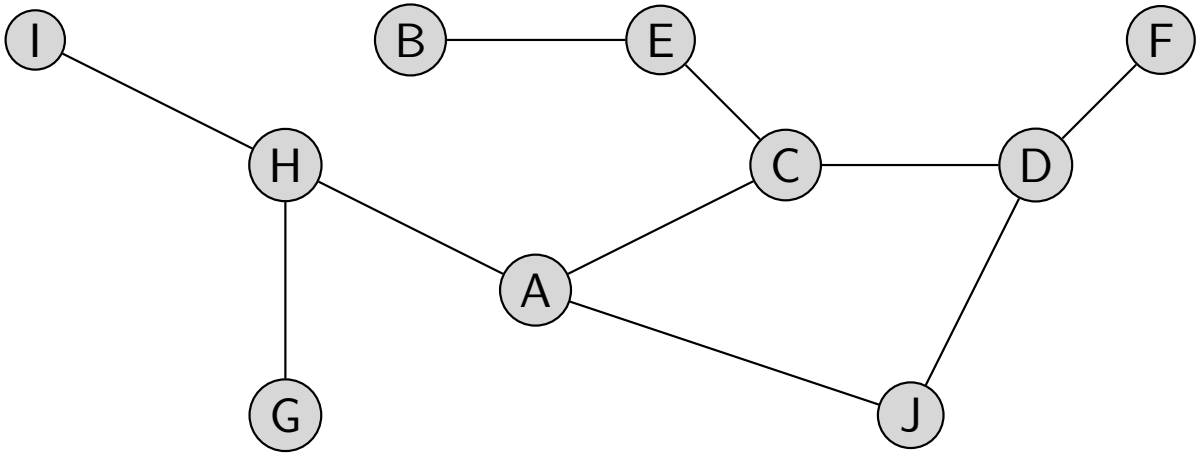
- Cette vérification garantit que chaque nœud et chaque arête ne sont visités qu'une fois.
- Cependant l'implémentation masque un coût : le parcours du tableau **`visites`**.

Sommaire

Connexité - Définition

À retenir

Dans un graphe, une **chaîne** reliant deux sommets x et y est une suite d'arêtes consécutives reliant x à y.



Connexité - Définition

À retenir

Dans un graphe, une **chaîne** reliant deux sommets x et y est une suite d'arêtes consécutives reliant x à y.

À retenir

Un graphe est **connexe** quand tout sommet peut être relié à tout autre par une chaîne.

Sommaire

Vérification de la connexité

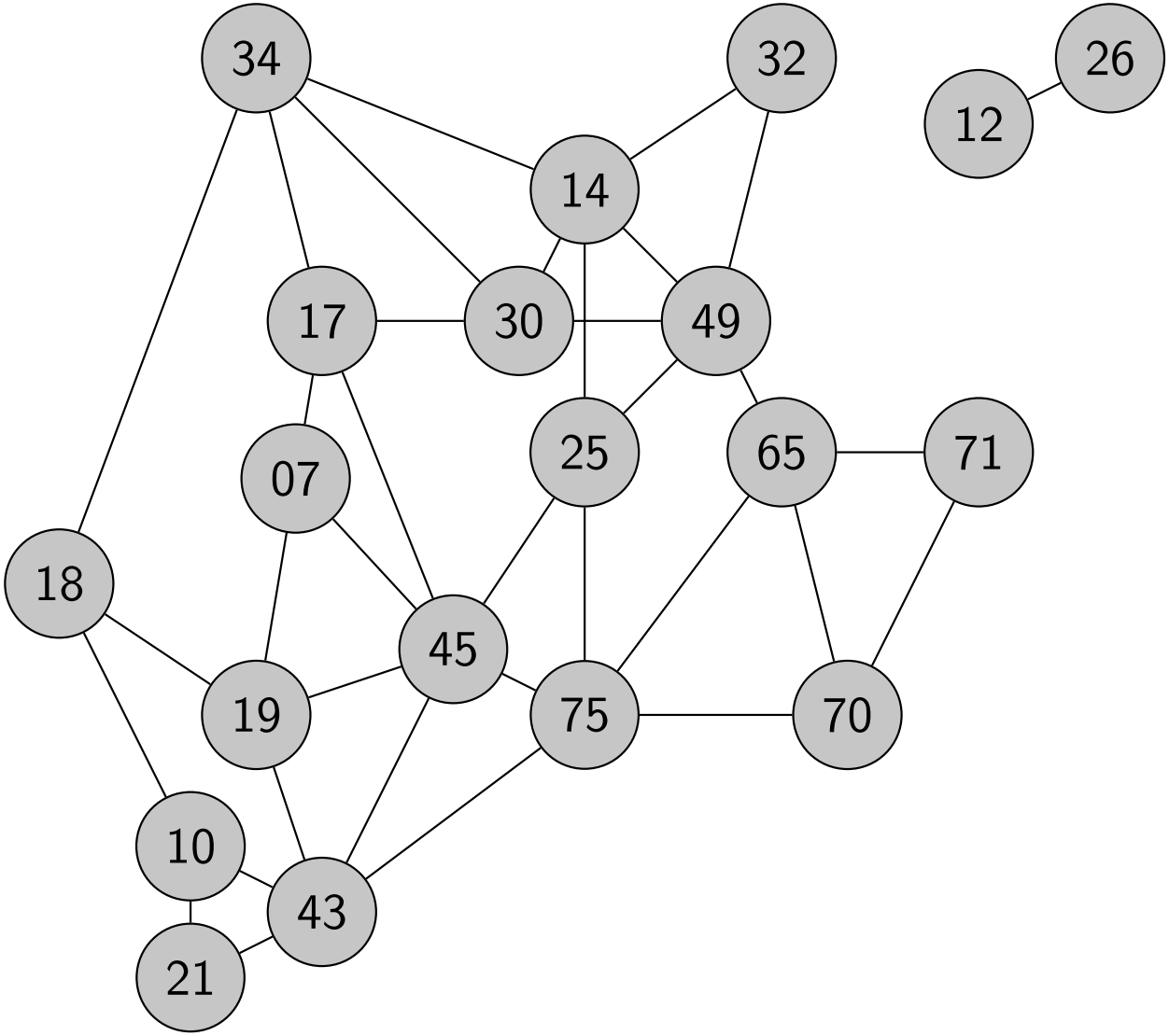


FIGURE 8 – Un graphe non orienté est connexe si le parcours en profondeur peut atteindre tous les sommets.

Activité 2 :

1. Reprendre le fichier **`parcours_noir.json`** et le modifier pour supprimer les arêtes :
   - 32-12,
   - 26-71.
2. Dans le fichier Python **`parcours_noir.py`** construire alors le dictionnaire **`graphe`**.
3. Écrire la fonction **`est_connexe(graphe: dict, depart: int)`** $\rightarrow$ **`bool`** qui vérifie si le graphe est connexe. La fonction appellera la fonction **`profondeur`** est vérifiera si le nombre de sommets visités en partant du sommet **`depart`**, est égal à la taille de **`graphe`**.

Correction

```python
def est_connexe(graphe: dict, depart: int) -> bool:
    visites = []
    profondeur(graphe, depart, visites)
    return len(graphe) == len(visites)
```

```
>>> est_connexe(graphe, 70)
False
```

Code 1 – Appel de la fonction